

5.-6. klasei

VĒRTĒŠANAS PIEEJA UN IZPRATNES LĪMENI MATEMĀTIKAS OLIMPIĀDĒS

Guna Brenda Pogule
Rīgas Valsts 1. ģimnāzija

10.03.2023.

Meistarklases saturs:



2022./2023. mācību gada novada olimpiādes uzdevumi

- ✓ risinām paši (20 min);
- ✓ atrisinājumi;
- ✓ vērtēšanas kritēriji.



Risinām paši (20 min)



1. uzdevums

- Uzdevuma veids
- Atrisinājums
- Kritēriji



...

- Uzdevuma veids
- Atrisinājums
- Kritēriji



5. uzdevums

- Uzdevuma veids
- Atrisinājums
- Kritēriji



5. klase



5.1. uzdevums



Ieraksti katrā tukšajā rūtiņā (skat. 1. att.) vienu skaitli (skaitļi var būt arī vienādi) tā, lai katrās trīs blakus rūtiņās skaitļu summa būtu viena un tā pati un visu rūtiņās ierakstīto skaitļu (ieskaitot abus dotos skaitļus) summa būtu 223. Pietiek parādīt vienu veidu, kā to var izdarīt.

			19				20					
--	--	--	----	--	--	--	----	--	--	--	--	--

1. att.



5.1. uzdevums



Atrisinājums. Prasīto var izdarīt, kā parādīts 2. att., kur katru trīs pēc kārtas esošu skaitļu summa ir 51.

19	20	12	19	20	12	19	20	12	19	20	12	19
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

2. att.



Kritēriji: 5.1. uzdevums	Punkti
Pareizs skaitļu izvietojums	10
Par daļēju aizpildījumu 19, 20, n, 19, 20, n, 19, 20, n, 19, 20, n, 19, 20, n, 19	6
Pieminēts skaitlis 12 vai 51	2
Par ideju, ka skaitļiem periodiski jāatkārtojas	2



5.2. uzdevums

Rūķīši mežā ir uzbūvējuši astoņas mājiņas un starp tām izveidojuši vairākas taciņas. Katra taciņa savieno divas mājiņas, taciņas var krustoties. Vai iespējams, ka no mājiņām iziet attiecīgi

- a) 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 4 taciņas;
- b) 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 5 taciņas?

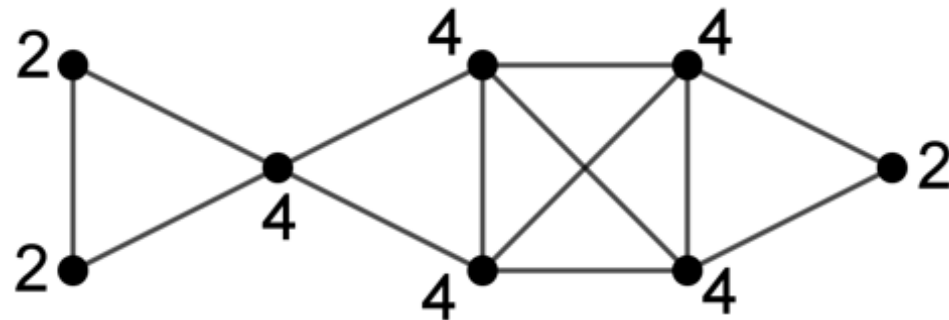




5.2. uzdevums

Atrisinājums. a) Jā, piemēram, skat. 5. att., kur ar punktiem attēlotas mājiņas, bet ar līnijām attēlotas taciņas un pie katra punkta pierakstīts no tā izejošo līniju skaits.

b) Pamatosim, ka tas nav iespējams. Tā kā katrai taciņai ir divi gali, tad kopējam taciņu galu skaitam ir jābūt pāra skaitlim, bet pēc dotā iegūstam, ka $1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 4 + 5 = 21$ taciņu gals. Tā kā 21 ir nepāra skaitlis, tad prasītais nav iespējams.



5. att.

Kritēriji: 5.2. uzdevums

Punkti

Par a) gadījumu

Kopā 5

Atbilde “jā”

1

Pareizs piemērs

4

Par b) gadījumu

Kopā 5

Atbilde “nē”

1

Aprēķināts kopējais taciņu skaits (21)

1

Par spriedumu, ka kopējam taciņu skaitam jābūt pāra skaitlim

2

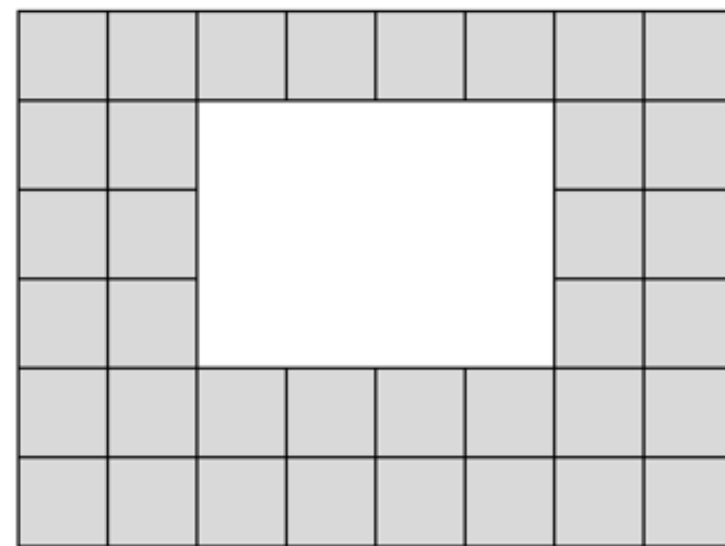
Secināts, ka prasītais nav iespējams, jo 21 nav pāra skaitlis

1



5.3. uzdevums

Parādi, kā 6. att. figūru (6×8 rūtiņu taisnstūris, no kura izgriezts 3×4 rūtiņu taisnstūris), griežot pa rūtiņu līnijām, var sagriezt trīs vienādās figūrās! Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).



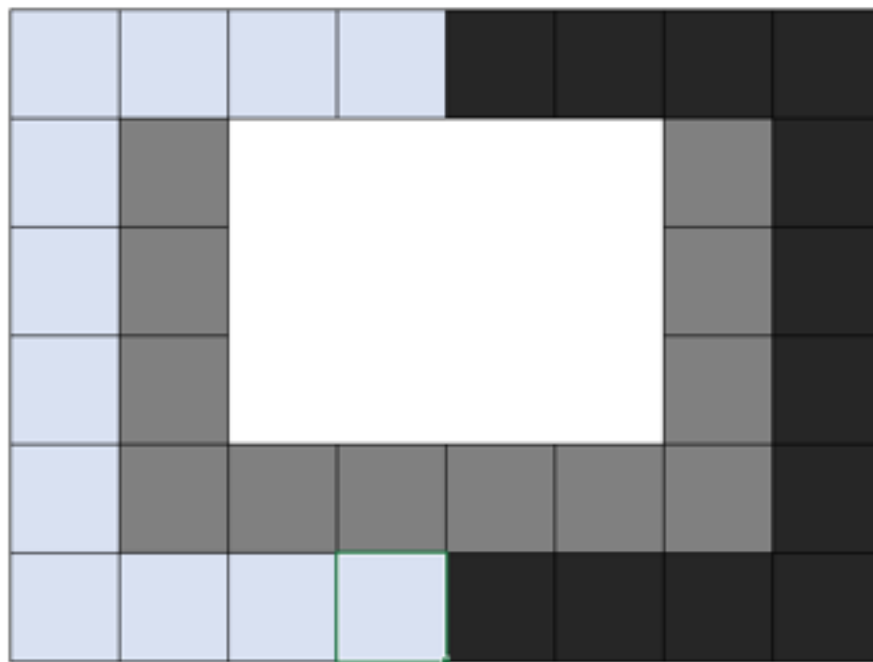
6. att.





5.3. uzdevums

Atrisinājums. Skat. 7. att.



7. att.



Kritēriji: 5.3. uzdevums	Punkti
Par pareizu sadalījumu	10
Aprēķināts, ka katrai figūrai jā sastāv no 12 rūtiņām	2
Dotā figūra sadalīta vienlielās (bet ne vienādās) figūrās	1



5.4. uzdevums



Parādi, kā skaitli 174 var uzrakstīt kā 3 dažādu naturālu skaitļu summu tā, lai katru divu šo skaitļu summa dalītos ar trešo skaitli!



5.4. uzdevums

Atrisinājums. Prasīto var izdarīt šādi: $174 = 29 + 58 + 87$.
Pārbaudām, ka katru divu šo skaitļu summa dalās ar trešo skaitli:

- $(29 + 58) : 87 = 87 : 87 = 1;$
- $(29 + 87) : 58 = 116 : 58 = 2;$
- $(58 + 87) : 29 = 145 : 29 = 5.$



Kritēriji: 5.4. uzdevums	Punkti
Pareizs piemērs	7
Prasītās īpašības pārbaude (par katru darbību 1 punkts)	3



5.5. uzdevums



Ja automātā ievieto sarkanu monētu, tad tas izdod 5 zilās monētas, bet, ja automātā ievieto zilu monētu, tad tas izdod 3 sarkanās monētas. Vai, atkārtoti izmantojot automātu, ir iespējams iegūt vienāda skaita sarkanās un zilās monētas, ja sākumā ir dota viena sarkana monēta?



5.5. uzdevums

Atrisinājums. Nē, tas nav iespējams. Ievērosim, ka sākumā ir dota viena monēta un ar katru darbību monētu skaits palielinās par 4 monētām (ja ievieto 1 sarkanu monētu, tad izdod 5 zilas monētas) vai 2 monētām (ja ievieto 1 zilu monētu, tad izdod 3 sarkanas monētas), tātad kopējais monētu skaits vienmēr būs nepāra skaitlis. Bet, ja zilās un sarkanās monētas būtu vienādā skaitā, tad kopējais monētu skaits būtu pāra skaitlis. Tātad prasītais nav iespējams.



Kritēriji: 5.5. uzdevums	Punkti
Atbilde “nē”	1
Uzrakstīts, ka monētu skaits palielinās par pāra skaitu	2
Spriests, ka monētu skaita paritāte paliek nemainīga	2
Ievērots, ka sākotnēji dots nepāra skaits monētu	2
Uzrakstīts, ka rezultātā jāiegūst pāra skaits monētu	2
Secināts, ka nevar panākt prasīto paritātes dēļ	1



6. klase



6.1. uzdevums



Atrodi vienu veidu, kādi naturāli skaitļi jāievieto x , y un z vietā, lai vienādība

$$2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$$

būtu patiesa!



6.1. uzdevums

Atrisinājums. Der vērtības $x = 1$; $y = 5$ un $z = 2$. Ar šīm vērtībām vienādība ir patiesa, jo

$$\begin{aligned} 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}} &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5\frac{1}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{11}} = 2 + \frac{1}{1\frac{2}{11}} = \\ &= 2 + \frac{11}{13} = 2\frac{11}{13} = \frac{37}{13}. \end{aligned}$$



Kritēriji: 6.1. uzdevums	Punkti
Uzrakstītas pareizas prasītās vērtības <i>(ir tikai viens derīgs skaitļu trijnieks)</i>	7
Pārbaude vai aprēķini, ka atrastie skaitļi der	3
Uzrakstītās vērtības nav naturāli skaitļi, bet iegūtā vienādība ir patiesa	2



6.2. uzdevums

Rūķīši mežā ir uzbūvējuši desmit mājiņas un starp tām izveidojuši vairākas taciņas. Katra taciņa savieno divas mājiņas, taciņas var krustoties. Vai iespējams, ka no mājiņām iziet attiecīgi

- a) 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 7 taciņas;
- b) 2, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 4, 4 taciņas?

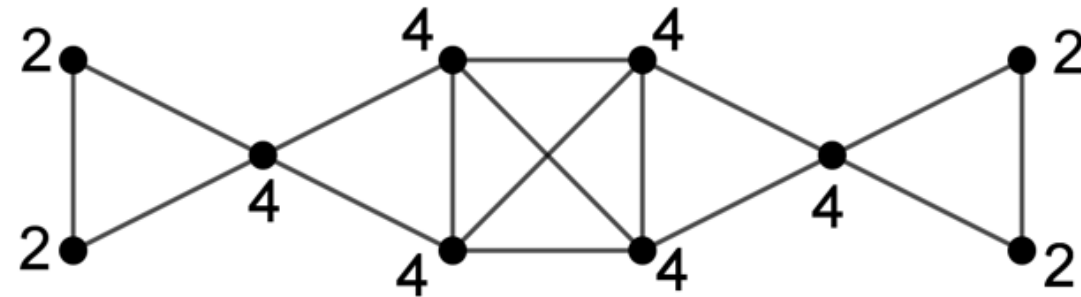




6.2. uzdevums

Atrisinājums. a) Pamatosim, ka tas nav iespējams. Tā kā katrai taciņai ir divi gali, tad kopējam taciņu galu skaitam ir jābūt pāra skaitlim, bet no dotā iegūstam, ka ir $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 7 = 29$ taciņu gali. Tā kā 29 ir nepāra skaitlis, tad prasītais nav iespējams.

b) Jā, piemēram, skat. 8. att., kur ar punktiem attēlotas mājiņas, bet ar līnijām attēlotas taciņas un pie katra punkta pierakstīts no tā izejošo līniju skaits.



8. att.

Kritēriji: 6.2. uzdevums

Punkti

Par a) gadījumu

Kopā 5

Atbilde “nē”

1

Aprēķināts kopējais taciņu skaits (29)

1

Par spriedumu, ka kopējam taciņu skaitam jābūt pāra skaitlim

2

Secināts, ka prasītais nav iespējams, jo 29 nav pāra skaitlis

1

Par b) gadījumu

Kopā 5

Atbilde “jā”

1

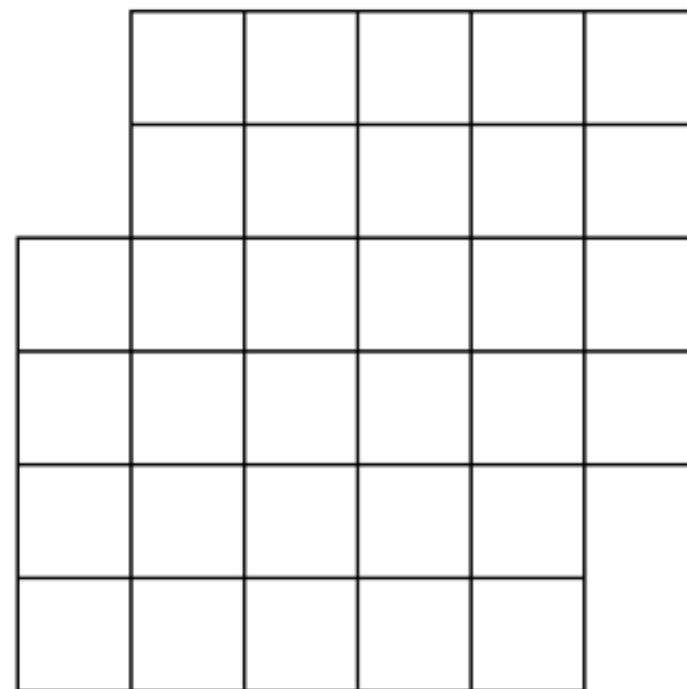
Pareizs piemērs

4



6.3. uzdevums

Parādi, kā, griežot pa rūtiņu līnijām, 9. att. doto figūru var sagriezt 4 vienādās figūrās! Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras pilnīgi sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).



9. att.

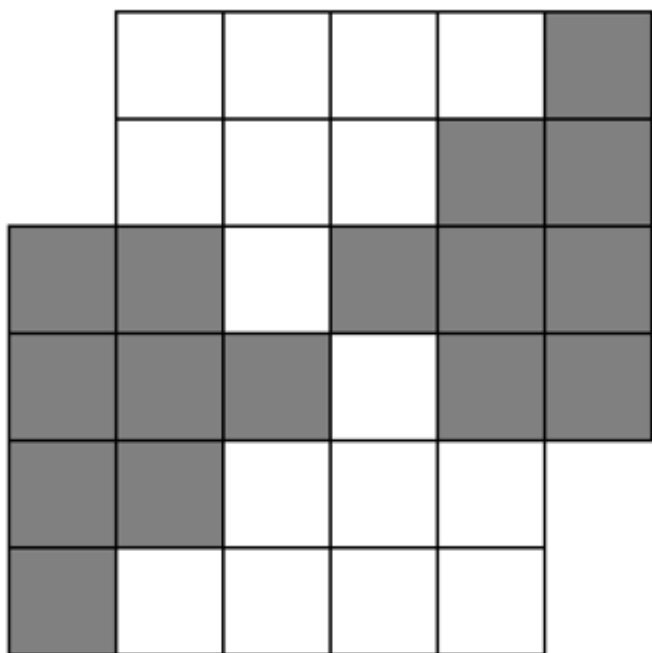




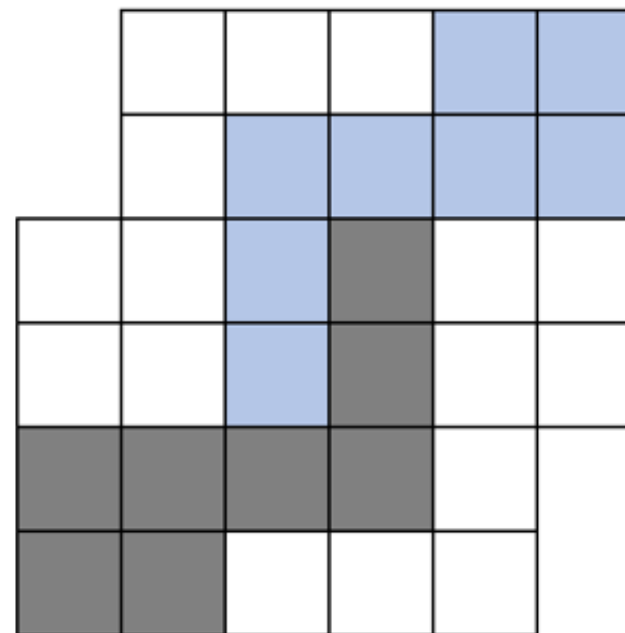
6.3. uzdevums



Atrisinājums. Skat., piemēram, 10. att. vai 11. att.



10. att.



11. att.



Kritēriji: 6.3. uzdevums	Punkti
Par pareizu sadalījumu	10
Aprēķināts, ka katrai figūrai jā sastāv no 8 rūtiņām	2
Dotā figūra sadalīta vienlielās (bet ne vienādās) figūrās	1



6.4. uzdevums



Vai skaitli **a)** 72, **b)** 73 var izteikt kā trīs dažādu naturālu skaitļu summu tā, lai katru divu šo skaitļu summa dalītos ar atlikušo skaitli?



6.4. uzdevums

Atrisinājums. a) Jā, var šādi $72 = 12 + 24 + 36$. Pārbaudām, vai katru divu šo skaitļu summa dalās ar trešo skaitli:

- $(12 + 24) : 36 = 36 : 36 = 1$;
- $(12 + 36) : 24 = 48 : 24 = 2$;
- $(24 + 36) : 12 = 60 : 12 = 5$.

b) Pamatosim, ka prasītais nav iespējams. Ja divu skaitļu a un b summa dalās ar kādu skaitli n , tad arī visu trīs šo skaitļu summa $a + b + n$ dalās ar skaitli n . Tātad visu trīs skaitļu summai jeb 73 jādalās ar jebkuru no trīs saskaitāmajiem. Bet skaitlis 73 ir pirmskaitlis, kas dalās tikai ar 1 un 73. Tātad šie trīs dažādie skaitļi var pieņemt tikai vērtības 1 vai 73, kas nav iespējams.

Kritēriji: 6.4. uzdevums		Punkti
Par a) gadījumu		Kopā 5
Atbilde “jā”		1
Pareizs piemērs		3
Prasītās īpašības pārbaude		1
Par b) gadījumu		Kopā 5
Atbilde “nē”		1
Skaidrots, ka 73 jādalās ar katru no saskaitāmajiem		2
Uzrakstīts, ka skaitlim 73 ir tikai divi dažādi dalītāji (pirmskaitlis)		1
Secina, ka 73 nevar uzrakstīt kā summu no trīs dažādiem skaitļiem ar prasīto īpašību		1



6.5. uzdevums

Naturālu skaitli atļauts reizināt ar 2, kā arī izsvītrot no tā pieraksta ciparus 0, 3, 6, 9 (varbūt tikai kādu no tiem). Vai, vairākkārt izpildot šādus gājienus, no skaitļa 17 var iegūt

- a) skaitli 1;
- b) skaitli 15?



6.5. uzdevums

Atrisinājums. a) Jā, var, piemēram, šādi:

$$17 \rightarrow 34 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 1.$$

b) Nē, nevar. Sākotnējais skaitlis 17 nedalās ar 3. Ja skaitlis nedalās ar 3, tad, izpildot dotās darbības, iegūtais skaitlis nedalīsies ar 3:

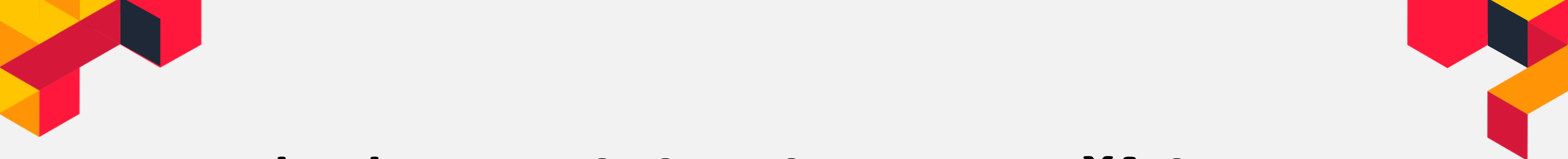
- ja skaitli, kas nedalās ar 3, reizina ar 2, tad arī iegūtais reizinājums nedalīsies ar 3;
- ja skaitlim, kas nedalās ar 3, izsvītro ciparu 0, 3, 6, 9, tad arī iegūtais skaitlis nedalīsies ar 3 (sākotnējā skaitļa ciparu summa nedalās ar 3 (dalāmības pazīme ar 3), ja izsvītros 0, 3, 6, 9, tad arī iegūs ciparu summu, kas nedalās ar 3).

Tātad arī pēc vairākām operācijām iegūtais skaitlis nedalīsies ar 3. Tas nozīmē, ka skaitli 15 iegūt nevar, jo tas dalās ar 3.

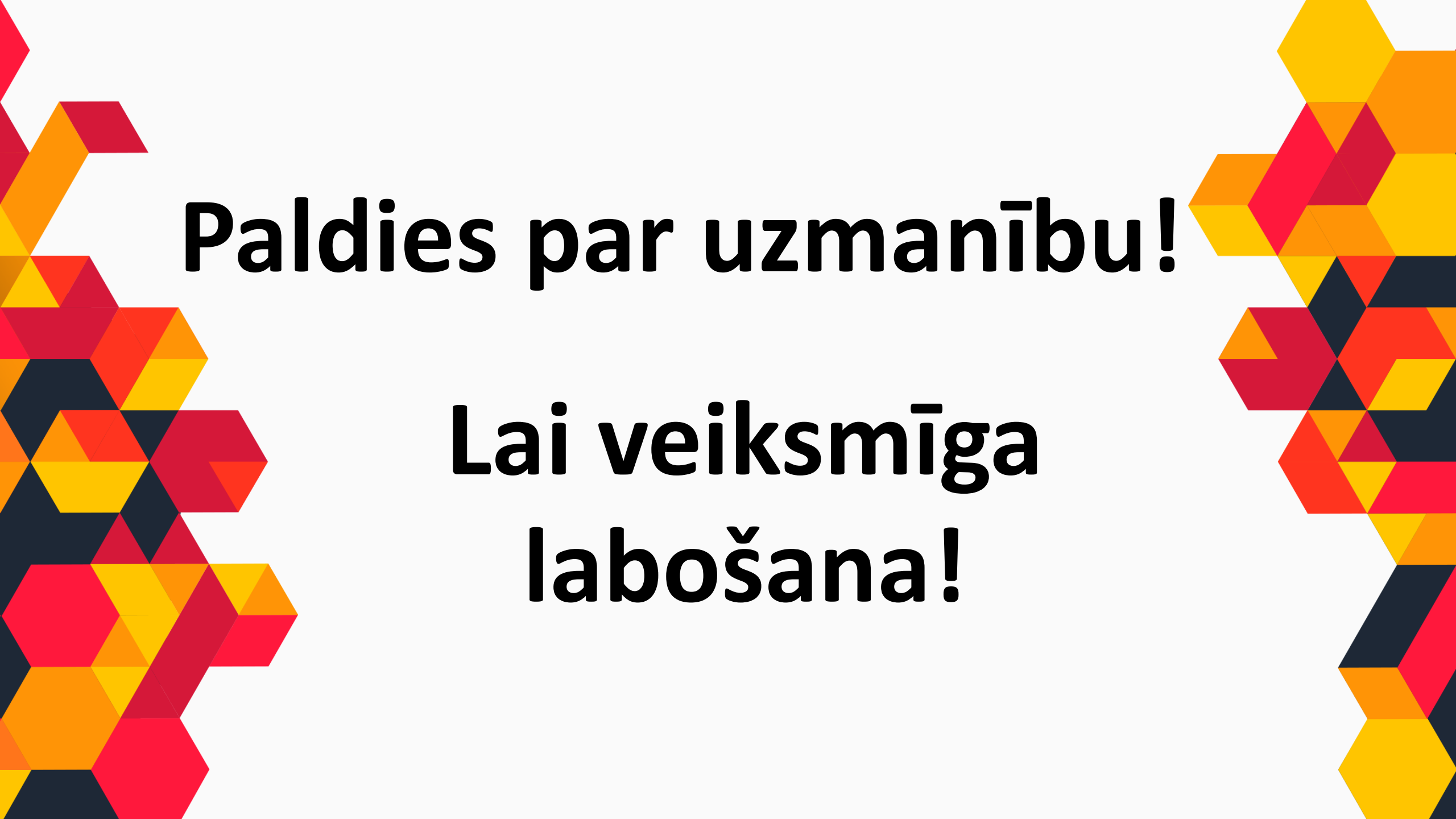
Kritēriji: 6.5. uzdevums	Punkti
Par a) gadījumu	Kopā 4
Atbilde “jā”	1
Parādīts, kā iegūt skaitli 1	3
Par b) gadījumu	Kopā 6
Atbilde “nē”	1
Uzraksta, ka, izpildot jebkuru darbību, dalāmība ar 3 paliek nemainīga	1
Skaidro, ka, izpildot pirmo darbību (reizina ar 2), rezultāts nedalīsies ar 3	1
Skaidro, ka, izpildot otro darbību (izsvītro kādu no cipariem 0, 3, 6, 9), rezultāts nedalīsies ar 3	1
Uzraksta, ka 17 nedalās ar 3	1
Uzraksta, ka 15 dalās ar 3	1
Par konkrētiem piemēriem, ka nevar iegūt 15	≤ 1
Ja apskata katru darbību atsevišķi (piemēram, tikai reizinot ar 2, nevar iegūt prasīto skaitli)	≤ 2



Vispārīgie vērtēšanas kritēriji	Punkti
Uzdevums nav risināts; tīrrakstā nav minēts pat uzdevuma numurs.	– (svītriņa)
Tīrrakstā minēts uzdevuma numurs, bet risinājumā nav nevienas vērtīgas idejas, kas varētu vest pie pareiza atrisinājuma.	0
Dažas derīgas idejas, bet bez tālākas izmantošanas vai pamatojuma.	1 – 2
Veiksmīgi iesākts risinājums, bet nav saskatīts virziens, kā turpināt iesākto un novest līdz galam.	3 – 4
Puse risinājuma.	5
Pareizi iesākts un turpināts risinājums, kas tomēr nav paspēts vai prasts novest līdz pašam galam.	6
Principā pareizs risinājums, bet ir kāda lielāka iebilde, nepilnība, trūkums.	7
Uzdevums atrisināts, bet risinājumam nelieli defekti – trūkst kāda paskaidrojuma, izlaistas mazāk būtiskas, bet tomēr nepieciešamas detaļas u.tml.	8 – 9
Absolūti pareizs un skaidri saprotami pierakstīts risinājums bez iebildēm, piebildēm un citiem trūkumiem.	10

The top corners of the slide feature decorative geometric patterns. On the left, there is a cluster of overlapping squares and rectangles in yellow, red, and dark blue. On the right, a similar pattern is visible, though partially cut off by the edge of the frame.

**Ja skolēna risinājums atšķiras no
piedāvātajiem atrisinājumiem, tas
ir objektīvi jāizvērtē atbilstoši
matemātikas un loģikas likumiem
(skat. vispārīgos vērtēšanas
kritērijus).**



Paldies par uzmanību!

**Lai veiksmīga
labošana!**